Gécseg Ferenc: Az automataelmélet tündöklése

Először a számítástudomány azon területének a helyéről szeretnék szólni, amellyel foglalkozom. Nevezetesen az automatákéról. Az algebrai elméletben a matematika egészéhez hasonlóan tételeket fogalmazunk meg, és a matematikában szokásos bizonyítási eljárásokat alkalmazunk. Ebben az értelemben nyilvánvalóan a matematikához tartozik. A vizsgálatok jó része a diszkrét matematika területére esik. Mindezek nem kérdőjelezhetik meg az elmélet önálló létének indokoltságát, hiszen a matematika más ágaiban is gyakran előfordul, hogy egy terület a matematika több ágához is sorolható. Példaként említhetem az algebrai modellelméletet, amelyet mind a matematikai logika mind az absztrakt algebra részének tekintünk. Ugyanakkor az automataelmélet kialakulását a számítógépek működésének modellezése, a használatuk során felmerülő matematikailag kezelhető problémák megoldása motiválta. Ebben a vonatkozásban az automataelmélet a számítástudományhoz, mégpedig az elméleti számítástudományhoz tartozik. Az elméleti számítástudomány elnevezés sem meglepő, hiszen más tudományágakban is szokásos, hogy amennyiben elegendő tapasztalati tény gyűlik össze, akkor ezekre támaszkodva absztrakt modelleket hoznak létre, és elméleti, logikai úton vizsgálják ezeknek a modelleknek a tulajdonságait. Absztrakt modellekre és absztrakt fogalmakra már azért is szükség van a számítástudományban is, hogy bonyolultabb objektumokat precízen lehessen kezelni. Régen vége van annak az időszaknak, amikor a programozók egy feladat megoldása során úgy kommunikáltak, hogy ezt az izét cseréljük ki azzal a bigyóval.

Abban a vitában soha nem akartam részt venni, hogy a műszaki tudományok, a fizika, a matematika stb. közül melyiknek van elsődleges szerepe a számítástudományban/számítástechnikában. Ennek a kutatási eredmények minőségéhez csak annyiban van köze, hogy adott időszakban adott helyen melyik tudományág számíthat nagyobb kutatási támogatásra, ami ugyan nem elhanyagolható, de történelmi távlatokban a fejlődés szempontjából lényegtelen.

A kötet szerkesztője biztatásának megfelelően a legfontosabbnak tartott eredményeimről is írok. Azért, hogy ezek valamennyire érthetők legyenek, a kapcsolódó alapvető fogalmak legalább heurisztikus megadására is szükség van, habár tisztában vagyok azzal, hogy az olvasó elsősorban nem egy szakmai dolgozatot vár tőlem.

Több szempontból is nagyon szerencsésnek tartom magamat. Elsősorban azért, mert a Bolyai Intézetben kezdhettem el dolgozni. Az intézeti légkört olyan tudósok határozták meg, mint Kalmár László, Rédei László és Szőkefalvi-Nagy Béla. Ebben a légkörben nem kellett senkit sem noszogatni a kutatásra. Ha valaki ezt nem vette észre, hamarosan rájött, hogy nincs helye ebben a közösségben. Szerencsés voltam azért is, mert a számítógépek széles körű elterjedésének kezdete egyetemi tanulmányaim időszakára esett. Szükség lett nagyszámú számítástechnikai szakember képzésére, a felsőoktatási intézményekben sorra jöttek létre a számítástudományi egységek, érezhetően nőtt a számítástudományt tanuló hallgatókat nagyobb óraszámban oktató más egységek, így a matematikai intézetek oktatóinak és kutatóinak a száma is. Ezeken a területeken hosszú ideig nem volt gond a szakemberek elhelyezkedésével.

Szerencsésnek tartom magamat azért is, mert hosszú ideig dolgozhattam az automataelmélet úttörő korszakában. Az automataelméleti kutatások intenzív szakasza a 60-as évek elején kezdődött, a világ minden részén nagy számban vettek részt benne, elsősorban villamosmérnökök és matematikusok. A matematikusok főleg logikai és algebrai módszereket használtak. Az utóbbi évtizedekben ugyan lecsökkent a terület kutatóinak száma, de ez nem járt együtt a színvonal csökkenésével.

Tanulmányaimat az érettségi évében matematika-fizika tanári szakon kezdtem meg a Szegedi Tudományegyetemen. Felső tagozatos általános iskolás koromtól mérnök vagy tanár akartam lenni. Amikor elérkezett a gimnázium negyedik éve, a jelentkezés ideje a felsőoktatási intézményekbe, a mérnöki vonzalom volt erősebb. Abban az időben már lehetett látni, hogy a dízelmozdonyok felváltják a gőzösöket. Többek között ezért is akartam dízelmérnöki szakra menni a Szovjetunióba. Mindez az 1956/57-es tanévben volt, amikor a Szovjetunióból inkább hazafelé küldték a magyar egyetemi hallgatókat, mintsem fogadták volna őket. Akkor nem működtek a szokásos csatornák sem a szovjet felsőoktatási intézményekbe való jelentkezésre, de egy lehetséges egyéni úttal azért próbálkoztam. Már elkezdtem a tanulmányaimat a Szegedi Tudományegyetemen, amikor szeptember elején érkezett szüleim címére egy távirat a Művelődési Minisztériumból, hogy jelentkezzek a külföldi ösztöndíjas csoportnál. Ezt a táviratot viszont a szüleim nem küldték utánam, így a minisztériummal már későn tudtam felvenni a kapcsolatot. Maradtam a Szegedi Egyetemen, aminek csak örülhetek. Ugyanis az első féléves algebravizsgámon a tárgy előadója, Szendrei János tanár úr megkérdezte, hogy nincs-e kedvem a tanulmányaimon túlmenően is foglalkozni algebrával. Szerettem is nagyon a tárgyat, meg a kérdés is igen megtisztelő volt, így természetesen igennel válaszoltam. A vizsga után hamarosan kaptam Szendrei tanár úrtól pedagógiailag is jól megválasztott irodalmat, amit rendszeresen megbeszéltünk. Nagy szerencsém volt az is, hogy algebrából a számolási gyakorlatot az akkor fiatal tanársegéd, Csákány Béla vezette. Ő is rendszeresen foglalkozott velem. A szakmán kívül emberségből is nagyon sokat tanultam tőlük. Amellett, hogy mindketten szakterületük kiváló, iskolateremtő tudósai voltak, a közéleti problémák is foglalkoztatták őket: Szendrei János a Juhász Gyula Tanárképző Főiskolának a főigazgatója, Csákány Béla pedig a József Attila Tudományegyetem rektora volt több ciklusban is. Szakmai irányításukkal még egyetemi hallgató koromban elkészült két dolgozatom az univerzális algebra tárgyköréből, mindkettő a szakma egyik vezető folyóiratában, a

Szőkefalvi-Nagy Béla akadémikus főszerkesztőségével megjelenő Acta Scientiarum Mathematicarumban nyert publikálást.

Az univerzális algebrai vizsgálatok nagy élményt jelentettek számomra, de közben vonzódásom a műszaki kérdésekhez sem szűnt meg. Szerettem volna olyan, az univerzális algebrákéhoz hasonló absztrakt problémákat vizsgálni, amelyeknek a gyakorlati élethez közvetlenebb kapcsolata van. Nagy szerencsémre a hatvanas évek elején V. M. Gluskovnak, a kijevi Kibernetikai Intézet vezetőjének megjelent egy olyan összefoglaló tanulmánya, amely az automaták elméletét algebrai módszerekkel tárgyalta.

Az automaták elméletének alapmodelljét, a *szekvenciális gép* fogalmát Mealy (1955) vezette be. Kissé leegyszerűsítve egy szekvenciális gép bemenettel, állapotokkal és kimenettel rendelkezik. Amennyiben egy adott állapotban kap egy bemenő jelet, akkor ennek hatására megváltoztatja állapotát, és kibocsát egy kimenő jelet. Ha egy ilyen gép szekvenciálisan kapja bemenő jelek egy sorozatát (bemenő szót), akkor ezeket kimenő jelek egy sorozatába (kimenő szóba) viszi át, tehát a bemenő szavak halmazának a kimenő szavak halmazába való leképezését indukálja. A bemenő szavak a bemenő információk, a kimenő szavak pedig a kimenő információk hordozói. Tehát az ilyen rendszerek információ – feldolgozást, – átalakítást végeznek szekvenciális módon.

Ismeretes, hogy a gyakorlatban működő elektronikus rendszerek, így a számítógépek is, praktikus okok miatt típuselemekből épülnek fel, ezeknek az összekapcsolásával, kompozíciójával állnak elő. Gluskov a már említett munkájában bevezette a szekvenciális gépek kompozíciójának absztrakt fogalmát. Szekvenciális gépek egy rendszerének valamely kompozícióját úgy adjuk meg, hogy ehhez a rendszerhez hozzávesszük új bemenő és új kimenő jelek egy-egy halmazát, majd a komponens gépek aktuális állapotainak és a rendszer aktuális bemenő jelének függvényében kijelöljük a komponens gépek aktuális bemenő jeleit, valamint a rendszer aktuális kimenő jelét. Ennél nagyobb mértékben nem avatkozunk bele a kompozíciót alkotó gépek működésébe, nem változtatjuk meg. A komponensek aktuális bemenő jeleit megadó függvényt *visszacsatolási függvény*nek, az aktuális kimenő jelet meghatározót pedig *kimeneti függvény*nek hívjuk. Igen egyszerű kompozíció a gépek egymás melletti párhuzamos működtetése. Ennél sokkal bonyolultabb a megfelelő bemenő és kimenő jelekkel rendelkező gépek sorba kapcsolása.

A szekvenciális gépet úgy is értelmezhetjük, hogy veszünk egy olyan rendszert, *automatát*, amely csak állapotokkal és bemenő jelekkel rendelkezik, majd ezt az automatát ellátjuk kimenő jelekkel és olyan függvénnyel, amely az aktuális állapotból és aktuális bemenő jelből álló párhoz hozzárendel egy kimenő jelet.

Az elektronikus számítógépek, a programozási nyelvek elterjedésével előtérbe kerültek az olyan absztrakt rendszerek, amelyek nyelvek megadására, felismerésére alkalmasak. Ezek is felépíthetők automatákra, mégpedig úgy, hogy kitüntetjük az automata egy állapotát, a *kezdőállapotot* és állapotainak egy halmazát, a *végállapotokat*. A felismerendő nyelv szavai a bemenő szavak, adott szó pedig akkor ismerhető fel, ha hatására a rendszer a kezdőállapotából valamely végállapotába jut. Az ilyen rendszereket *felismerők*nek nevezzük.

A kompozícióról leírtakból azonnal látszik, hogy a szekvenciális gépekből kompozícióval létrehozható szekvenciális gépek felépítésénél az automata rész megadásában csupán a komponens gépek automata részének van szerepe, a kimeneteknek nincs. Így érdemes a kompozíciók vizsgálatánál automatákra szorítkozni, majd a kompozíció eredményeként kapott automatára szekvenciális gépet vagy felismerőt építeni, attól függően, hogy leképezést akarunk indukálni vagy nyelvet felismerni. Természetesen fontos automaták olyan halmazainak a meghatározása, amelyek elemeinek alkalmas példányszámban való felhasználásával bármely szekvenciális géppel indukálható leképezést indukálni tudunk ezek valamely kompozíciójára épített géppel, vagy bármely felismerhető nyelvet fel tudunk ismerni ezek valamely kompozíciójára épített felismerővel. Az ilyen halmazokat az első esetben *gépteljesnek*, a másodikban pedig *nyelvteljesnek* nevezzük. Létezik még egy teljességi fogalom, amely független a szekvenciális gépektől és a felismerőktől, ez a homomorf teljesség. Automaták egy halmazát *homomorfan teljes*nek mondjuk, ha bármely automata megadható egy, az adott halmaz automatáira épített kompozícióból homomorf leképezés segítségével. A homomorfizmus egy viszonylag egyszerű, jó tulajdonságokkal rendelkező, éppen ezért jól kezelhető eszköz, így jól használható a teljességi vizsgálatokban. Szerencsére a három teljesség ekvivalens egymással, aminek igazolása megtalálható a Peák Istvánnal közösen írt, az Akadémiai Kiadónál 1972-ben megjelent *Algebraic Theory of Automata* című monográfiánkban.

Automataelméleti vizsgálataimban a strukturális kérdések mindig fontos szerepet kaptak. Ebben a témakörben a kezdeti időszakban több dolgozatunk is megjelent Csákány Bélával. Jó volt dolgozni vele problémalátó képessége és az új iránti érdeklődése miatt. Az automaták algebrai elméletével moszkvai aspirantúrája idején találkozott, tőle hallottam először az ilyen vizsgálatokról. Hamarosan csatlakozott a kutatáshoz egyik tanítványunk, Dömösi Pál is. Majd amikor 1974-ben Kalmár akadémikus nyugdíjba vonulása után a Számítástudományi Tanszék vezetője lettem, lényegesen nőtt az automataelméletben Szegeden kutatók száma, többek között Ésik Zoltánnal, Horváth Gyulával, Imreh Balázzsal és Virágh Jánossal.

Ha egy kompozícióban elrendezhetők a komponens gépek úgy, hogy nincs tényleges visszacsatolás, hanem csak vezérlés, vagyis a kompozícióban részt vevő bármely gép aktuális bemenő jele csak a rendszer aktuális bemenő jelétől és az őt megelőző gépek aktuális állapotaitól függ, akkor hurokmentes kompozícióról beszélünk. Nagyon népszerű volt a hurokmentes kompozíciók használata, mert az ilyen kompozíciók helyességének ellenőrzése sokkal egyszerűbb és megbízhatóbb, mint az általánosé. Kimutatható, hogy absztrakt szempontból a hurokmentes kompozíció fogalma ekvivalens a sorba kapcsoláséval.

A hurokmentes kompozícióra vonatkozó első alapvető eredményt Krohn és Rhodes publikálta egy amerikai konferenciakiadványban. A cikk annyira rosszul megírt volt, hogy az igazán fontos részek bizonyítását már egyáltalán nem lehetett megérteni. Ennek az is oka lehetett, hogy a szerkesztők valószínűleg felszólították a szerzőket a szöveg lerövidítésére, akik egyszerűen kihagytak néhány oldalt az eredeti munkából. Az eredmény igen nagy érdeklődést váltott ki, a kijevi Kibernetika Intézet szemináriumán többször is hozzáfogtak a cikk feldolgozásához, de mindannyiszor feladták. Akadtak, akik új bizonyítás megadásán dolgoztak. Ezek eredményeként végül is született egy követhető bizonyítás.

Az alkalmazásokban is nagyon kedvelt hurokmentes kompozíció engem is erősen foglalkoztatott. Elsősorban arra voltam kíváncsi, hogy létezik-e rá véges teljes rendszer. Az ugyan következett a Krohn–Rhodes-tételből, hogy nincs ilyen, de amíg a tételre nem születik elfogadható bizonyítás, addig az nem alkalmazható. Viszont sikerült ezt a Krohn–Rhodes-tételtől függetlenül igazolnom.

Hamarosan megjelent a Krohn–Rhodes-elmélet egy szép, félcsoportelméleti változata maguktól az elmélet megalkotóitól. Ez ugyan igen nagy hozzájárulás volt az automataelmélethez is, de nem az eredeti kompozíció fogalomnak, hanem annak egy általánosabb alakjának felelt meg. Ez az észrevételem vezetett egy új kompozíciófogalomhoz, amellyel kapcsolatban számos eredményünk született.

Mint már említettem, sikerült igazolni, hogy nincs véges teljes rendszer az általánosnál sokkal könnyebben kezelhető hurokmentes kompozícióra nézve. Az általános kompozícióra vonatkozóan ugyan léteznek nagyon egyszerű teljes rendszerek, még a homomorfizmus egy erős formája, az izomorfizmus mellett is, maga a kompozíció viszont nagyon bonyolult, hiszen minden egyes komponensautomata vissza van csatolva az összes komponensautomata bemenetére. Annak érdekében hogy találjunk olyan kompozíciókat, amelyek egyszerűbbek az általánosnál és van rájuk nézve véges teljes rendszer, bevezettem kompozíciók egy hierarchiáját, amely a sorba kapcsolás és az általános kompozíció közé esik. A hierarchia i-edik tagja olyan kompozíció, amelyben a komponens automaták lineárisan vannak elrendezve és az i-edik komponensautomata bemenetére legfeljebb a következő $i-1$ automata nyer visszacsatolást. Erre a hierarchiára az előbb említett munkatársaimmal és Dömösi Pállal nagyon sok érdekes és mély eredményt sikerült elérnünk. Eredményeinket a Springer-Verlagnál 1986-ban megjelent *Products of Automata* című monográfiámban foglaltam össze.

A hetvenes évek elején Csákány Béla, az Algebra Tanszék akkori vezetője elindított egy konferenciasorozatot. Minden évben volt egy *mini-conference* az algebra valamely Szegeden művelt ágából. Mivel Csákány professzor mindig is demokratikus gondolkodású ember volt, lehetőséget adott beosztottjainak is arra, hogy a témájukban megrendezendő minikonferenciák elnökei legyenek. Így lehettem én az 1973-ban tartott automataelméleti minikonferencia elnöke. Ez jó lehetőség volt arra, hogy több olyan kollégával is találkozhassak, akivel addig csak levelező kapcsolatban voltam. Így alakult ki tartós szakmai együttműködés többek között Juris Hartmanis és Seymour Ginsburg amerikai professzorokkal, máig is szoros a kapcsolat Arto Salomaa turkui professzorral. Annak ellenére, hogy az akkori körülmények csak a vendégek kollégiumi elszállásolását tették lehetővé, a későbbiekben is szívesen jöttek Szegedre. A konferencián részt vevő vendégektől megtudtam, hogy a terület vezető kutatóinak jó része Computer Science Department-ben dolgozik. Bennem is felmerült a gondolat, hogy át kellene mennem a Számítástudományi Tanszékre.

A jelenlegi kutatásaim szempontjából is fontos állomás volt az életemben az 1974 szeptemberétől a Turkui Egyetemen töltött egy év. Egy nagyon kedves, fiatal professzor, Magnus Steinby osztotta meg velem a dolgozószobáját. Elmondta, hogy gyűjtögeti az akkor még új területnek számító faautomatáknak az irodalmát. A faautomaták az automaták olyan általánosításai, amelyek a bemenő jelek lineáris sorozatai, a bemenő szavak helyett bonyolultabb objektumok, fa alakú gráfok feldolgozására alkalmasak. Azt is lehet mondani, hogy amíg az automaták speciális, csak egyváltozós műveletekkel rendelkező univerzális algebrák, addig a faautomatáknál tetszőleges univerzális algebrát megengedünk. Így univerzális algebrai előéletem miatt is örömmel kezdtem el dolgozni ezen a területen is Magnus Steinbyvel. Eredményes együttműködésünknek köszönhetően 1984-ben az Akadémiai Kiadónál megjelentettük *Tree Automata* című monográfiánkat, ami egy éven belül az utolsó példányig elfogyott. A monográfia a témája miatt is népszerű lehetett, mert a faautomaták a programozási nyelvek megadásához fontos környezetfüggetlen nyelvek felismerésére is alkalmasak, a szekvenciális gépek általánosításaként előálló fatranszformátorok pedig a szintaxisvezérelt fordítások matematikai modelljei. Az elmélet bizonyította alkalmazhatóságát a szintaktikus alakfelismerésben és a matematikai logikában is.

Turkui vendégprofesszori tartózkodásom idején már eldőlt, hogy hazatérésem után átveszem Kalmár Laci bácsitól a Számítástudományi Tanszék vezetését. Laci bácsi szinte hetente küldött hosszú leveleket nagyon hasznos információkkal és tanácsokkal. Segítségére élete hátralévő, sajnos nagyon rövid szakaszában is mindig számíthattam.

Laci bácsi zsenialitásának, gyors gondolkodásának bemutatására le kell írnom két esetet. Amikor megérkeztem Finnországból, első találkozásunkkor megkérdezte: „Na, mit hoztál onnan?" Mondom, a faautomatákat. „Azok mik?" Amint elmondtam a legalapvetőbb fogalmakat, azonnal sorolta, hogy a faautomaták mire jók. Egyébként, ha találkoztam a matematika Magyarországon kutatott, engem is érdeklő új fejezetével, és utánanéztem, hogy azt ki honosította meg nálunk, biztosan olvastam olyan fórumról, ahol Laci bácsi már javasolta ezeknek a vizsgálatoknak a magyarországi megkezdését. A másik történet 1974-ből való. Saarbrückenben voltunk az egyik legrangosabb konferencián, az ICALP '74-en. A szakma egyik vezető szakembere tartotta az előadását, mi az első sorban ültünk, Laci bácsi írta szokásos képeslapjait. Az előadás végén jöttek a kérdések, hozzászólások. Úgy nézett ki, hogy már vége a vitának, amikor Laci bácsi felnyújtotta a karját: nem értem, hogy a táblán lévő számítógépes program 23. sora után hogyan jön a 24. Mire az előadó a belső zsebéből kivesz egy cetlit, hol a papírra, hol a táblára néz, majd megszólal: elnézést kérek, a másolásnál kimaradt öt sor.

Az MTA Matematikai Logikai és Automataelméleti Tanszéki Kutatócsoport vezetését is át kellett vennem Laci bácsitól. Ez lehetőséget adott arra, hogy a Számítástudományi Tanszéken dolgozók mellett további értékes munkatársakat nyerjek az évek során. Bővült a faautomatákkal foglalkozó kollégáim száma Fülöp Zoltánnal és Vágvölgyi Sándorral. (A már korábban említett munkatársaim többsége is felvette kutatásai körébe a faautomaták elméletét.)

A faautomaták ugyan a klasszikus automaták általánosításai, de az alapvető automataelméleti eredményeknek csupán egy része vihető át faautomatákra. Hasonlóan a közönséges automatákhoz, a faautomaták elméletében is két alapmodellel dolgozunk. Az egyik modell fák halmazainak, fanyelveknek a felismerésére szolgál, ezek a *fafelismerők*, a másik pedig a szekvenciális gépekhez hasonlóan információ átalakításra, csak itt a bemenő és a kimenő információk hordozói nem jelsorozatok, hanem fák, ezeket *fatranszformátorok*nak hívjuk. A fafelismerőkre a klasszikus szófelismerők legalapvetőbb tételei könnyen átvihetők. Viszont a fatranszformátorokra szinte semmi sem igaz a szekvenciális gépekre érvényes alapvető eredményekből. Már az sem mindegy, hogy olyan fatranszformátort használunk-e, amelyik egy bemenő fa feldolgozását a levelektől a gyökér felé haladva végzi, vagy pedig olyat, amelyik az ellenkező irányban, a gyökértől a levél felé halad a bemenő fa feldolgozása során. Amellett, hogy a fatranszformátorok a szekvenciális gépeknél sokkal bonyolultabb bemeneti információk feldolgozására képesek, rávilágítanak a szekvenciális gépek elméletében korábban igazolt bizonyos összefüggések lényegére is. Erre egy példa a következő. Ha egy szekvenciális gépet valamely felismerhető nyelvre alkalmazunk, akkor ennek az információnak az átalakításával kapott nyelv mindig felismerhető. Ez nem igaz fatranszformátorokra: egy felismerhető fanyelv valamely fatranszformáció melletti képe általában nem felismerhető. Egy, a fát a levelektől annak gyökere felé haladva feldolgozó fatranszformátor csak akkor tartja meg a felismerhetőséget, ha lineáris, vagyis a feldolgozás során a bemeneti fa egyetlen részfájából sem készít több példányt. A szekvenciális gépek mindig ilyen speciális fatranszformátorok, ez a magyarázata annak, hogy felismerhető nyelveket felismerhető nyelvekbe visznek át.

A faautomatáknak is a strukturális tulajdonságait vizsgáltam elsősorban. Hamar kiderült, hogy ezek is eltérnek a hagyományos automatáknál megismertektől. Míg a klasszikus automaták bármely véges teljes rendszere tartalmaz olyan automatát, amely már önmaga is teljes rendszert alkot, addig bármely k természetes számhoz megadható faautomaták olyan k elemű teljes halmaza, amelynek egyetlen valódi részhalmaza sem teljes. Ez azon is múlik, hogy a faautomaták kompozícióinál megköveteljük, hogy ha a kompozíció bemenetén egy m-változós műveletet alkalmazunk, akkor a komponens faautomaták bemenetein is m-változós műveletek jelenjenek meg. A probléma orvoslására igen kis mértékben általánosítottam a faautomaták kompozíciójának fogalmát, amely mellett az előbb említett fogyatékosság megszűnt. Viszont faautomatákra is igaz marad az eredeti kompozíciófogalom mellett, hogy a háromféle teljesség ekvivalens egymással.

Tartós külföldi útjaim mindig nagyon hasznosak voltak. A legelső hosszabb idejű utam Winnipegben, Kanadában volt, ahol 1968 őszétől egy évet töltöttem Grätzer professzor meghívására. A winnipegi matematikai intézet többek között az univerzális algebra egyik fellegvára volt. Ez azzal is járt, hogy a világ bármely részéről sok szakember tartózkodott ott egyidejűleg. Élénk szemináriumi foglalkozások voltak, komoly szakmai diszkussziókkal. Habár Winnipegben nem automataelmélettel foglalkoztam, hanem univerzális algebrával, az itt megismert eredmények és szemléletmód nagy segítségemre volt az automataelméleti kutatásoknál. A faautomaták leglényegesebb részét véges univerzális algebrák alkotják, így winnipegi tartózkodásomnak a későbbiekben a faautomaták elméletében közvetlen hasznát vettem. Winnipegben megoldottam Grätzer professzor egy relatíve hosszabb ideje nyitott problémáját. Nem veszítettem el kapcsolatomat a számítástudománnyal sem: a Computer Science Department tudományos igazgatója felkért egyik posztgraduális hallgatójuk diplomamunkájának irányítására.

A már említett turkui egy év talán életem legszebb éve volt minden szempontból. Arto Salomaa, a Turkui Egyetem professzora 1973 őszétől két évig az Aarhusi Egyetem vendégprofesszora volt, egy évre az ő állása terhére kaptam lehetőséget, hogy Turkuban oktassak és kutassak. Magánéletünket finn barátaink kedvessége és segítőkészsége tette szebbé, szakmai téren pedig mind a hallgatók, mind a kollégáim okoztak örömöt. A hallgatók szorgalmasan látogatták az előadásokat, igen aktívak voltak a gyakorlati foglalkozásokon. Igen alkotóak voltak a heti rendszerességgel megtartott intézeti szemináriumok. Már szóltam róla, hogy itt kerültem szakmai és baráti kapcsolatba Magnus Steinbyvel, akivel több alapvető eredményt is elértünk, és egy népszerű monográfiát is megjelentettünk. Arto Salomaa az automaták és a formális nyelvek elméletének egyik nemzetközi szinten is vezető egyénisége volt már abban az időben is. Ezért is sajnáltam, hogy nem volt akkor Turkuban, viszont mindketten rendszeresen látogattuk a nemzetközi konferenciákat, így azokon találkozhattunk. A turkuiakkal való együttműködés kollégáinkra is kiszélesedett, a közös kutatás során évenkénti kölcsönös utazásokra is sor került. Magam, az utóbbi éveket leszámítva, a téli vizsgaidőszak jó részét minden évben Turkuban töltöttem.

1978-ban az őszi félévben a Tamperei Műszaki Egyetemen oktattam. Tamperei tartózkodásomat a villamosmérnök kollégákkal való szakmai beszélgetések, valamint a villamosmérnök hallgatók oktatásában szerzett tapasztalatok tették elsősorban értékessé. A vendégprofesszori meghívás elfogadásában a két város, Tampere és Turku közelsége is szerepet játszott. Ekkor már dolgoztunk Magnus Steinbyvel a faautomataelméleti monográfiánkon, így rendszeresen látogattuk is egymást.

Időrendben haladva, nagyon hasznos volt féléves kanadai tartózkodásom Londonban 1987-ben. Itt is azt tapasztaltam, hogy a hallgatók a lehető legtöbbet akarják elsajátítani tanulmányaik során. Arra kellett vigyázni, hogy a feladatokkal ne terheljük túl őket, puskázásról hallani sem lehetett. Alacsony volt az oktatási terhelésem, így bőven volt időm kutatásra is. A matematikai intézet egyik professzorával, Gabriel Thierrinnel félcsoportelméleti módszerekkel vizsgáltuk az automatákat, a számítástudományi intézetben pedig Jürgensen professzoral végeztünk ugyancsak eredményes kutatómunkát mind az automataelméletben, mind az univerzális algebrában. Automataelméletben egy akkor teljesen új területen is kutattunk, nevezetesen a szoliton automatákat is vizsgáltuk, eredményeinket a szakma egyik vezető folyóiratában, a Theoretical Computer Science-ben publikáltuk. Érdekesség, hogy lakásunkban éppen a szolitonautomatákon gondolkodva hallottam fél füllel, amint az egyik amerikai rádióadó bemondja, hogy a hadseregben nagy volumenű kutatások folynak a szolitoncsipekre épülő számítógépeket illetően.

Fél évig a Finn Tudományos Akadémia kutató-professzora voltam 2002 őszétől Turkuban. Ez minden szempontból igen kiváló lehetőséget nyújtott a kutatómunkára, elsősorban Salomaa és Steinby professzorokkal. A '70-es években még nagyon fiatal kollégák közül addigra többen szakterületük nemzetközileg elismert, néhányan vezető szakemberei lettek. A szemináriumokon gyakran tartottak előadást külföldi szakemberek. Turku az automaták és formális nyelvek elméletének nemzetközileg is kiemelkedő központja volt.

Szegednek a programozó matematikus képzésben betöltött úttörő szerepe jól ismert, így az oktatásról csak nagyon röviden írok. A Számítástudományi Tanszéknek 1975-től 1993-ig voltam a vezetője. Ebben az időszakban az egymástól független programozó és programtervező matematikus szakokat felváltottuk a kétlépcsős programozó-programtervező matematikus képzéssel. A matematika tanárszakhoz kapcsolva elindítottuk a számítástechnika kiegészítő tanári szakot, a Marx Károly Közgazdaság-tudományi Egyetemmel együttműködve pedig a mai napig nagyon népszerű közgazdasági programozó matematikus szakot. Az 1980-as évek végére elérkezett az idő, amikor mind szakmai, mind anyagi okok miatt önállósítanunk kellett az informatikus képzést.

A Matematikai Tanszékcsoportból kiválva 1990-ben létrehoztuk az Informatikai Tanszékcsoportot két tanszékkel. Azóta lényegesen nőtt a tanszékcsoporthoz tartozó tanszékek száma, a kar pedig Természettudományi és Informatikai Karra változtatta a nevét. A matematikus és az informatikus tanszékcsoportok között szoros együttműködés van az oktatásban és a kutatásban egyaránt.