KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAI MUNKÁSSÁGÁRÓL

ÁDÁM ANDRÁS

1.

Kalmár László 1905. március 27-én született a Somogy megyében (Kaposvártól kb. 20 km-re északra) fekvő Edde község alsóbogátpusztai részében. A matematika iránti érdeklődése kisgyermekkorában is megnyilatkozott, és nem sokkal azután, hogy a vidéki elemi iskolából Budapestre került gimnáziumba, már komoly matematikai könyvek tanulmányozására volt képes. Egyetemre is a fővárosban járt. Professzorai közül leginkább Fejér Lipót és Kürschák József hatottak rá, ő maga pedig tudományos érdeklődésű diáktársai mesterének számított egyetemi évei során. Tanulmányai befejezése után 1927-ben munkásságának élethossziglani színhelyére: a szegedi egyetemre került mint Ortvay Rudolf elméleti fizikus professzor tanársegéde. Pályájának ebben a szakaszában döntő indítékokat hozott számára göttingeni tanulmányútja, amelyen — több hírneves tudós között — a kor legnagyobb matematikusával, David Hilberttel is megismerkedhetett. Az elméleti fizikai tanszékről hamarosan átment a szegedi egyetemnek a Bolyaiak nevét viselő matematikai intézetébe, amelyet ekkoriban Riesz Frigyes és Haar Alfréd vezetett. Adjunktussá, később magántanárrá a második világháború előtt emelkedett; egyetemi tanárrá 1947-ben nevezték ki. 1949-től 1961-ig a Magyar Tudományos Akadémia levelező tagja, ezután rendes tagja volt. 1950-ben Kossuth-díjat, 1975-ben Állami díjat kapott. A Bolyai János Társulat 1969-ben tiszteletbeli elnökké választotta. Nyugalomba vonulását megelőzően a szegedi József Attila Tudományegyetemen tanszékvezető egyetemi tanári, kutatócsoport-vezetői és kibernetikai laboratórium-vezetői tisztségeket töltött be.

1975-ben történt nyugalmaztatása inkább csak adminisztratív teendőit mérsékelte, tudományos és oktatói tevékenységét élete utolsó órájáig változatlan odaadással folytatta. 1976. augusztus 2-án érte a hirtelen halál az Akadémia mátraházi üdülőjében, amelyet évtizedek óta minden nyáron felkeresett, nem annyira kikapcsolódás, mint inkább zavartalan alkotó munka végett.

2.

Kalmár László érdeklődését a húszas évek végén a matematikai logika és halmazelmélet központi, súlyos problémái vonták magukra. Németországi tapasztalatai és az ekkoriban német egyetemeken működő Neumann János munkássága irányították figyelmét erre a területre, mivel ilyen jellegű vizsgálatok Magyarországon a megelőző másfél évtizedben (König Gyula halála óta) kevéssé folytak. A szóban forgó kérdések kutatása a matematika egészének megalapozása szempontjából döntő jelentőségű, és komoly filozófiai vonatkozásai is vannak.

Kalmár az évtizedek folyamán tartalmas dolgozatok sorát publikálta ezekről a kérdésekről, és a tárgykörnek világviszonylatban is egyik legkiválóbb kutatójává vált. Idevágó munkássága egyaránt tartalmaz eredeti eredményeket, mások által felfedezett tényeknek egyszerűsített, célratörő bizonyításait (ideértve a különböző tételek egymással való kapcsolatának elemzését is), és az ismeretelméleti vonatkozások taglalását.

A matematikai logika eldöntésproblémájának tárgya a következőképpen körvonalazható. Körül lehet határolni matematikai formuláknak egy F összességét abból a célból, hogy bármely olyan jólképzett zárt állítás, amely a matematikának axiómákkal megalapozott valamely ágában felmerülhet, kifejezhető legyen egy F-beli formulával[1].

Az eldöntésproblémával foglalkozó kutatások két fő iránya:

(1) találjunk F-ben minél bővebb G részosztályokat úgy, hogy egységes, algoritmikus eljárást lehessen megadni a G-beli formulák logikai értékének meghatározására,

(2) találjunk F-ben minél szűkebb H részosztályokat úgy, hogy megadható legyen olyan egységes, algoritmikus eljárás, amely minden F-beli f formulához egy H-beli h formulát rendel, és emellett f logikai értéke megegyezik h logikai értékével.

Ismeretes, hogy az eldöntésprobléma teljes megoldása lehetetlen, pontosabban szólva, amennyiben „algoritmikus eljárás"-on (amely intuitív módon használt fogalom) általánosan-rekurzív algoritmust értünk (az utóbbi már egzaktul körülhatárolt matematikai fogalom), úgy *nincsenek olyan G, H részosztályai F-nek, amelyek eleget tennének az* (1)*-ben,* (2)*-ben szereplő feltételeknek és a $G \supseteq H$ tartalmazásnak*[2]. Ha nem volna így (vagyis ha az eldöntésprobléma két fő iránya összetalálkozna azáltal, hogy $G \supseteq H$ elérhető lenne), ez azt jelentené, hogy gépies módszer áll rendelkezésünkre, amely (elvben) újabb ötletek nélkül, mechanikusan képes eldönteni bármely $f(\in F)$ formula igaz vagy hamis voltát. Az eldöntésprobléma algoritmikus megoldhatatlansága tehát azt vonja maga után, hogy szakadatlanul szükséges újabb, az eddigiektől lényegesen különböző bizonyítási módszereket kidolgozni a tudomány fejlődése során adódó újabb és újabb sejtések igazolására vagy cáfolatára. Kalmár egyszerűsített bizonyítást adott (l. [49], [52]) az eldöntésprobléma teljes megoldásának lehetetlenségére, és számos dolgozatban járult hozzá — részben Surányi Jánossal együtt — az eldöntésprobléma második fő irányának vizsgálatához.[3]

A matematikai logikának azok a (K. Gödeltől, A. Churchtől és másoktól származó) további klasszikus eredményei, amelyeknek tárgykörét Kalmár behatóan művelte, olyan jellegűek, hogy közvetlenül kimondják a matematikában igazolható állítások rendszerének „nyílt", szüntelenül bővíthető voltát. Gödel tétele szerint minden axiomatikusan megalapozott értelmes matematikai elméletben megfogalmazható olyan állítás, amelynek sem igaz volta, sem hamis volta nem bizonyítható a rendszer keretein belül maradva. Church tétele általános érvényű (abban az értelemben, hogy nem egy-egy speciális axiomatikus rendszerre vonatkozik), és olyan

[1] A „jólképzett zárt állítás" fogalmának részletes bevezetésére itt nem akarunk kitérni, csak két fontos dolgot említünk meg:

a matematikában fellépő állítások általában jólképzettek;

bármely j jólképzett zárt állításhoz hozzárendelhető az „igaz" vagy „hamis" logikai értékek (helyesebben: a „van olyan modell, amelyben j igaz" és „j minden modellben hamis" megállapítások) pontosan egyike.

[2] Ez az állítás Church egy tételének — amelyre még utalni fogok — a következménye.

[3] E fő irányról Surányi [D] könyve részletes áttekintést ad.

végtelen probléma-sorozat létezését mutatja meg, hogy egyfelől a probléma-sorozat leírható egységes eljárással, másfelől azonban nem létezik olyan egységes algoritmus, amely a problémák mindegyikének megoldására alkalmas volna. Kalmár a két említett tétel bizonyítását lényegesen egyszerűsítette, igyekezett érvényességi körüket a lehető legszélesebbnek meghatározni, foglalkozott egymással való kapcsolatukkal és filozófiai jelentőségükkel (l. pl. [33], [34]).

Korábban már érintettem azt az ugyancsak Church által bevezetett hipotézist, amely szerint pontosan azok az eljárások végezhetőek el ténylegesen, amelyeket általánosan-rekurzív algoritmusoknak nevezünk[4]. Erre a munkahipotézisre számos matematikus szívesen támaszkodik. Kalmár László ide vágó vizsgálatai (l. [55], [58]) óva intenek minket attól, hogy Church hipotézisét végérvényes igazságként fogjuk fel; megmutatta, hogy ez a szemlélet olyan következményekhez vezet, amelyek elfogadhatatlanok. Kalmár véleménye szerint a ténylegesen kiszámítható függvények, a ténylegesen elvégezhető eljárások köre matematikai eszközeink gazdagodásával egyre bővül, és a fejlődés során olyan függvények is fel fognak lépni, amelyek értékeit (akkori eszközeinkkel) ki tudjuk majd számítani, holott e függvények nem általánosan-rekurzívak.

A matematika és filozófia határterületéhez tartozó Kalmár-munkák hitet tesznek szerzőjük azon meggyőződése mellett, hogy *a matematika sohasem válhat lezárt egésszé* (még csak egyre magasabbra törő, de befejezett alapokon nyugvó épületté sem), *hanem a fejlődés állandóan igényelni fogja lényegesen új matematikai gondolatok megjelenését, és a külső* (gyakorlati-tapasztalati) *forrásokkal való kapcsolatnak elevenen tartását.*

Kalmár tevékenységének eddig érintett ága jórészt pályájának első évtizedeire esik. Az 1955 előtti Kalmár-munkásságról e megemlékezésnél sokrétűbb és alaposabb ismertetést találhat az olvasó abban a méltatásban, amely az ötvenéves Kalmár László köszöntéséül jelent meg a Matematikai Lapokban Péter Rózsa tollából [C].

3.

A matematika alapjainak kutatásába Kalmár László olyan időben kapcsolódott be, amikor a halmazelmélet és a matematikai logika már viszonylag kiforrott, élénk fejlődésben levő tudományágak voltak; bennük olyan eredmények érlelődtek, amelyek bizonyos kutatási irányzatoknak a betetőzését jelentették[5]. Azok a területek viszont, amelyeknek Kalmár élete utolsó két évtizedében ereje javát szentelte — a kibernetikai matematika, és ezen belül főleg a számítástudomány — a kibontakozásnak még eléggé a kezdetén járó tudományágak. Annak körülhatárolása is vita tárgya, hogy mivel foglalkoznak és mire szolgálnak. Alapfogalmaik és azok kapcsolatai még csak kialakulófélben vannak. Kutatási témák bőségesen találhatók bennük; de azt, hogy ezek közül melyiknek mekkora hordereje lesz, és az egyes irányok fejlődése hová fog vezetni, alig láthatjuk előre.

A [62] dolgozatban Kalmár a kibernetika tárgyának körülhatárolására tett javaslatot. Véleménye szerint *a kibernetika főképpen az anyagi rendszerek szervezésé-*

[4] Kissé más térre víve át meggondolásainkat — a lényeg módosítása nélkül —: Church hipotézise szerint az általánosan-rekurzív függvényeknek és csak ezeknek ténylegesen kiszámíthatók az értékei.

[5] Eljutottunk oda, hogy az is időszerű kérdéssé vált (l. [76]), hogy a matematika alapjainak kutatása egyáltalán milyen irányban haladhat azután tovább, hogy jónéhány alapvető kérdést megoldottak, másokról kiderült, hogy elvileg megoldhatatlanok a korábban remélt értelemben.

nek és az ilyen rendszereken belüli információ-feldolgozásnak azon általános törvényszerűségeivel foglalkozik, amelyek függetlenek az anyag speciális mozgásformáitól.

A számítógépek elméletében és azok használatakor különféle jellegű formális nyelvek szerepelnek. Amikor valamely konkrét géppel foglalkozunk, háromféle nyelvre kell tekintettel lennünk. Ezek egyike a gép saját belső nyelve: az a nyelv, amellyel a gép működési módja a legtermészetesebben leírható. A másik a gép programozási nyelve: az a formalizmus, amelyen a géppel adatokat, utasításokat közölhetünk, és amelyen a gép az eredményeket kiadja nekünk. A harmadik a szokásos matematikai formulanyelv, amelyen a matematikus önmaga részére kezeli számításai és következtetései anyagát. Szükség van mindezen nyelvek precíz tanulmányozására, emellett a gépek jó használhatósága érdekében célszerű e nyelveket közelíteni egymáshoz, megvilágítani egymással való rokonságukat. Kalmár behatóan foglalkozott egy olyan számítógép-típus tervezésével, amelynek programozási nyelve a lehető legközelebb áll a matematikai formulanyelvhez; idevágó [60], [61], [63], [97], [101] munkái mellett műszaki terveket is készített egy ilyen géphez, és ötletei felhasználásával a Szovjetunióban meg is építették a gépet. Más dolgozataiban azt mutatta meg, hogyan illeszthető be a számítógépek belső leírása a modern algebra (a matematika egy elméleti ága!) kereteibe (l. [66], [73], [74], [75], [92]). Kiigazította az Algol programozási nyelv egy fogyatékosságát [90], és gráfokkal történő szemléletes áttekintést ajánlott a formális nyelvek kezelésére (l. [88], [91], [95]). [84] munkájában azt a kérdést vetette fel, nem kellene-e a matematikai jelölésrendszert (pl. azt a kitüntetett szerepet, amelyet a formulákban a négy megszokott alapművelet játszik) a gépekre való tekintettel többé-kevésbé módosítani.

Eddig inkább matematikai (átvitt) értelemben vett nyelvekről volt szó. Nyelveken közönségesen a természetes, beszélt nyelveket értjük; Kalmár ezeknek általános elméletéhez is hozzájárult, elsősorban a [79] és a két változatban megjelent [78], [83] munkáiban.

[59] dolgozatában új alapelvet közölt arra, hogy a logikai gépekben milyen módon reprezentáljuk a két logikai értéket („igaz" — „hamis") és a velük végzett műveleteket. A [67] cikkben az olyan gépek — Neumann János által felvetett — elméletébe kapcsolódott be, amelyek elég bonyolultak ahhoz, hogy önmagukat reprodukálni képesek legyenek (feltéve, hogy energiát és megfelelő alkatrészeket kapnak a külvilágból); a Kalmár-féle önreprodukáló géptípusnak a gyakorlati kivitelezése is lehetségesnek látszik. A [64], [80], [82], [86] számú Kalmár-munkák a biológiával határos kérdéseket érintenek.

A rendes taggá választását követő [68] akadémiai székfoglaló előadásában Kalmár László az információelmélet olyan irányú továbbfejlesztésére hívta fel a figyelmet, amely a jelek, jelsorozatok alakjában továbbított információ *mennyiségi* vizsgálatán túllépve az átvitt információ *tartalmi-minőségi* vonatkozásaival foglalkozik. Ez a kvalitatív információelmélet úgy viszonylana a megszokott kvantitatív elmélethez, mint a topológia a hagyományos (*mér*tannak is nevezett) geometriához.

4.

A Kalmár-életmű jóval bővebb, mint az írásban megformált Kalmár-munkák összessége. Egyénisége élesen elütött az olyan matematikusokétól, akik elsősorban a dolgozószoba csendjében gyarapítják tudományukat, és a nyilvános szereplést szükséges, de kellemetlen nyűgnek érzik. Az a hatás, amelyet ő különféle formájú személyes kapcsolatok révén a magyar matematikai (és egyéb tudományos) életre gyakorolt, jelentőségében nem sokkal marad el publikált oeuvre-je mögött.

Lelkes pedagógus volt, és vérbeli közéleti ember. Sem egyetemi óráin, sem tudományos előadásaiban nem szorítkozott arra, hogy tömören közölje a kiforrott, leszűrt eredményeket; hanem éreztette az azokhoz vezető — olykor vargabetűkkel nehezített — előkészítő meggondolásokat is. Arra törekedett, hogy a hallgató is részesévé váljon a felfedezés izgalmának, és az egyetlen kitaposott úton való végighaladás helyett hadd tapasztalja ki a kutatóra leselkedő mellékutak, zsákutcák elkerülésének módját. Az általa oktatott egyetemi tárgyakról (matematikai analízis, halmazelmélet, matematikai logika) írott jegyzeteit újra meg újra átdolgozta, sajátos pedagógiai elgondolásainak egyre következetesebb kifejtését keresve.

Alapos és rendszeres áttekintéssel bírt a matematika számos ágáról. Ezt a (ma már szinte egyedülállóan széles) látókört — sokirányú érdeklődése mellett — az tette elérhetővé, hogy kivételesen gyors volt a felfogása és a gondolkodása. A tudományos konferenciákon, amelyeken résztvett, fáradhatatlan figyelemmel kísérte (és jegyzetelte) az előadásokat. Az ehhez szükséges szellemi frissessége és befogadóképessége mellett azzal a ritka adottsággal is rendelkezett, hogy a vázlatosan előadott gondolatmeneteket hallgatva kicsiből is teljes képet alkotott magának az előadás tárgyáról. Legendás tájékozottságának jelentékeny hányadát nem olvasással, hanem ilyesféle közvetlen kapcsolatokkal szerezte.

Olyan ember volt, akiben erősen él az igény arra, hogy eleven kapcsolatot tartson az eseményekkel, aktívan részt vegyen a napirenden levő problémák megoldásában, az ügyek intézésében, — röviden: hogy benne legyen az élet sűrűjében. Tevékenyen közreműködött a legkülönbözőbb jellegű bizottságok, értekezletek munkájában[6]; rögtönzésszerűen ható, kötetlen felszólalásai a vitatott ügy iránti odaadó érdeklődésről tanúskodtak, és egyaránt kitűntek magvas meglátásaikkal s a szóban forgó tárgyat körüljáró gazdag asszociációikkal.

Közvetlen tanítványaival, fiatal kollégáival elmélyült figyelemmel foglalkozott. Szinte kimeríthetetlenül tudott megismerésre és továbbfejlesztésre érdemes témákat ajánlani. Munkatársainak új eredményeit legszívesebben úgy tekintette át, hogy előadatta azokat heti szemináriumain, amikor is az előadás gyakran csapott át kötetlen vitába[7].

A matematika és más tudományok kapcsolatának ápolását szívügyének tekintette; örömmel vette, ha a matematikai módszerek előrelendíthetik a többi tudományokban folyó vizsgálatokat. Sokoldalúságát mutatja, hogy munkái sorában egyaránt előfordulnak műszaki és filozófiai, biológiai és nyelvészeti vonatkozású dolgozatok. Munkatársai figyelmét is előszeretettel hívta fel határterületi, alkalmazási jellegű kérdésekre.

Kalmár László sok időt, sok energiát fordított a szervező munkára[8]. Írott életműve alighanem még kiterjedtebb lenne, ha egyénisége belterjesebb munka-stílusra ösztönözte volna. Közösségi működésének azonban maradandó, kézzelfogható

[6] Matematikus-körökben elterjedt közmondás-változat: „Nincsen ankét Kalmár nélkül."

[7] Az 1960 körüli években Kalmár osztálya keddenként rendezte a heti szemináriumot. Elvben este 7-től 9-ig tartott volna az összejövetel (Kalmár napirendjéhez hozzátartozott a kiadós délutáni alvás). Hét óra táján professzorunk átjött munkatársainak szobájába, ott egy darabig színes történeteket mesélt, például az egyetem húsz-harminc évvel azelőtti neves embereiről és érdekes eseményeiről, olykor vicceket mondott. Fél nyolc felé ment át a társaság az előadóterembe, ahol beláthatatlanul sokáig eltarthatott volna az érdemi munka, ha az épület esti kapuzárása nem korlátozza időnket. Fél tíz körül hosszú csengőszó jelezte az idő lejártát mindazoknak, akik még az épületben tartózkodtak. Ezután tömörebbre fogtuk a megbeszélést, és 15—20 perccel később kivonultunk a kapun a megkönnyebbülő portás színe előtt.

[8] Itt említjük meg, hogy az „Acta Cybernetica" és „Alkalmazott Matematikai Lapok" folyóiratoknak főszerkesztője, számos szaklapnak szerkesztőbizottsági tagja volt.

eredménye maradt reánk: a magyar számítástechnikai kultúra. Élete utolsó húsz-huszonöt évében az hatotta át főcélként a tudományos közéletben való szereplését, hogy a matematikusokat a számítástudomány (és az azzal közeli kapcsolatban álló matematikai területek) művelésére buzdítsa, és irányítsa ilyen irányú tevékenységüket, hogy agitáljon a számítógépek beszerzése és építése mellett, valamint hogy előmozdítsa a gépek alkalmazását a tudomány és a gyakorlat különféle területein. Mindezekben nagyságrendekkel rosszabbul állnánk az ő lankadatlan erőfeszítései nélkül. Valamennyi magyar szakember, akinek működése a számítástudományra és -technikára irányul, Kalmár Lászlóra mint mesterére emlékezik, és túlzás nélkül elmondhatjuk, hogy a számítástudomány elméletének és gyakorlatának az a fejlettsége, amelyet Magyarországon napjainkban elértünk, személyesen az ő tevékenységéből eredt.

KALMÁR LÁSZLÓ DOLGOZATAINAK JEGYZÉKE

[1] Az interpolációról, *Math. és Phys. Lapok* 33 (1926), 120—149.
[2] Zur Theorie der abstrakten Spiele, *Acta Sci. Math.* 4 (1928), 65—85.
[3] Über die Abschätzung der Koeffizientensumme Dirichletscher Reihen, *Acta Sci. Math.* 4 (1929), 155—181.
[4] Eine Bemerkung zur Entscheidungstheorie, *Acta Sci. Math.* 4 (1929), 248—252.
[5] A „factorisatio numerorum" problémájáról, *Mat. és Fiz. Lapok* 38 (1931), 1—15.
[6] Über die mittlere Anzahl der Produktdarstellungen der Zahlen, I., *Acta Sci. Math.* 5 (1931), 95—107.
[7] Ein Beitrag zum Entscheidungsproblem, *Acta Sci. Math.* 5 (1932), 222—236.
[8] Ein Beweis des Ruffini-Abelschen Satzes, *Acta Sci. Math.* 6 (1932), 59—60.
[9] Zum Entscheidungsproblem der mathematischen Logik, *Verhandlungen des Internationalen Mathematiker-Kongresses (Zürich, 1932), II.* 337—338.
[10] Über die Erfüllbarkeit derjenigen Zählausdrücke, welche in der Normalform zwei benachbarte Allzeichen enthalten, *Math. Ann.* 108 (1933), 466—484.
[11] Über einen Löwenheimschen Satz, *Acta Sci. Math.* 7 (1934), 112—121.
[12] Über die Axiomatisierbarkeit des Aussagenkalküls, *Acta Sci. Math.* 7 (1935), 222—243.
[13] Zurückführung des Entscheidungsproblems auf den Fall von Formeln mit einer einzigen binären Funktionsvariablen, *Compositio Math.* 4 (1936), 137—144.
[14] A számelmélet alaptételéről, *Mat. és Fiz. Lapok* 43 (1936), 27—45.
[15] Zur Reduktion des Entscheidungsproblems, *Norsk Mat. Tidsskrift* 19 (1937), 121—130.
[16] Jelentés az 1938. évi Kőnig Gyula-jutalomról, *Mat. és Fiz. Lapok* 45 (1938), 1—17.
[17] On the reduction of the decision problem, I.: Ackermann prefix, a single binary predicate, *J. Symbolic Logic* 4 (1939), 1—9.
[18] On the possibility of definition by recursion, *Acta Sci. Math.* 9 (1940), 227—232.
[19] A Hilbert-féle bizonyításelmélet célkitűzései, módszerei és eredményei, *Mat. és Fiz. Lapok* 48 (1941), 65—119.
[20] A matematikai exaktság fejlődése a szemlélettől az axiomatikus módszerig,[9] *A másik ember felé (Exodus)* (1942), 39—58.
[21] Egyszerű példa eldönthetetlen aritmetikai problémára, *Mat. és Fiz. Lapok* 50 (1943), 1—23.
[22] Néhány szó a matematikáról azokhoz, akik világéletükben utálták, I—II.
I. rész: *Pro Christo* 8/4 (1943), 7—9.
II. rész: *Pro Christo* 9/3 (1944), 3—5.
[23] „Reménytelen eset vagyok?", *Pro Christo* 8/6 (1943), 7—9.
[24] (& Surányi János) On the reduction of the decision problem, II.: Gödel prefix, a single binary predicate, *J. Symbolic Logic* 12 (1947), 65—73.
[25] A számok hatványainak összegéről, I—III.
I. rész: *Középisk. Mat. Lapok* 1 (1947—48), 5—10.
II. rész: *Középisk. Mat. Lapok* 1 (1947—48) 39—47.
III. rész: *Középisk. Mat. Lapok* 1 (1947—48) 169—176.
[26] Gyertek, bizonyítsuk be Csebisev tételét! I—III.
I. rész: *Középisk. Mat. Lapok* 1 (1947—48), 89—90.
II. rész: *Középisk. Mat. Lapok* 1 (1947—48), 127—128.
III. rész: *Középisk. Mat. Lapok* 1 (1947—48), 176—182.

[9] A cikk kinyomtatott alakjában tévesen „axiomatikus rendszerig" szerepel.

[27] Matematika és dialektikus materializmus, *Magyar Technika* 3 (1948), 100—102.
[28] On unsolvable mathematical problems, *Proceedings of the Tenth International Congress of Philosophy (Amsterdam, 1948)*, 1949, vol. 1, 534—536.
[29] Une forme du théorème de Gödel sous des hypothèses minimales, *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris* 229 (1949), 963—965.
[30] Quelques formes générales du théorème de Gödel, *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris* 229 (1949), 1047—1049.
[31] Bizonyítsuk be Csebisev tételét, I—III.
I. rész: *Középisk. Mat. Lapok* 2 (1949—50), 7—13.
II. rész: *Középisk. Mat. Lapok* 2 (1949—50), 90—91.
III. rész: *Középisk. Mat. Lapok* 2 (1949—50), 121—124.
[32] (& Surányi János) On the reduction of the decision problem, III.: Pepis prefix, a single binary predicate, *J. Symbolic Logic* 15 (1950), 161—173.
[33] Eine einfache Konstruktion unentscheidbarer Sätze in formalen Systemen, *Methodos* 2 (1950), 220—226.
[34] Another proof of the Gödel—Rosser incompletability theorem, *Acta Sci. Math.* 12 (1950), 38—43.
[35] Contributions to the reduction theory of the decision problem, I.: Prefix $(x_1)(x_2)(Ex_3)\ldots$ $\ldots(Ex_{n-1})(x_n)$, a single binary predicate, *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.* 1 (1950), 64—73.
[36] Über die Cantorsche Theorie der reellen Zahlen, *Publ. Math.* 1 (1950), 150—159.
[37] On Cauchy's convergence test, *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.* 1 (1950), 109—112.
[38] Contributions to the reduction theory of the decision problem,[10] III.: Prefix $(x_1)(Ex_2)\ldots(Ex_{n-2})$ $(x_{n-1})(x_n)$, a single binary predicate, *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.* 2 (1951), 19—38.
[39] Contributions to the reduction theory of the decision problem, IV.: Reduction to the case of a finite set of individuals, *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.* 2 (1951), 125—142.
[40] (& Aczél János & J. G. Mikusiński) Sur l'équation de translation, *Studia Math.* 12 (1951), 112—116.
[41] Another proof of the Markov—Post theorem, *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.* 3 (1952), 1—27.
[42] A matematika alapjaival kapcsolatos újabb eredmények, *A Magyar Tud. Akad. Mat. Fiz. Oszt. Közl.* 2 (1952), 89—112.
[43] Az eldöntésprobléma visszavezetése logikai formulák véges halmazon való kielégíthetőségének kérdésére, *Az I. Magyar Mat. Kongr. (Budapest, 1950) Közleményei*, 1952, 163—190.
[44] A Bolyai—Lobacsevszkij-féle geometria hatása az axiómatikus módszer fejlődésére, *A Magyar Tud. Akad. Mat. Fiz. Oszt. Közl.* 3 (1953), 235—242.
[45] Az analízis módszerei a középiskolai tanításban, I—IV.
I. rész: *A mat. tanítása* 1 (1953), 22—32.
II. rész: *A mat. tanítása* 1 (1953), 40—50.
III. rész: *A mat. tanítása* 1 (1953), 74—80.
IV. rész: *A mat. tanítása* 1 (1954), 109—112.
[46] L'influence de la géométrie de Bolyai—Lobatchevsky sur le développement de la méthode axiomatique, *Acta Math. Acad. Sci. Hungar.* 5 (1954), *supplementum*, 117—126.
[47] K. Schröter egy, az általános rekurzív függvény fogalmának definíciójára vonatkozó problémájának megoldása, *A Magyar Tud. Akad. Mat. Fiz. Oszt. Közl.* 5 (1955), 103—127.
[48] Über ein Problem, betreffend die Definition des Begriffes der allgemein-rekursiven Funktion, *Zeitschr. f. math. Logik und Grundlagen d. Math.* 1 (1955), 93—96.
[49] Közvetlen bizonyítás az eldöntésproblémának általános rekurzív algoritmussal való megoldhatatlanságára, *A Magyar Tud. Akad. Mat. Fiz. Oszt. Közl.* 6 (1956), 1—25.
[50] (& Hajnal András) Megjegyzés a halmazelmélet Gödel-féle axiómarendszeréhez, I—II.
I. rész: *Mat. Lapok* 7 (1956), 26—42.
II. rész: *Mat. Lapok* 7 (1956), 218—229.
[51] (& Hajnal András) An elementary combinatorial theorem with an application to axiomatic set theory, *Publ. Math.* 4 (1956), 431—449.
[52] Ein direkter Beweis für die allgemein-rekursive Unlösbarkeit des Entscheidungsproblems des Prädikatenkalküls der ersten Stufe mit Identität, *Zeitschr. f. math. Logik und Grundlagen d. Math.* 2 (1956), 1—14.
[53] Об огной гипотезе, применяемой в исследованиях о так называемых неразрешимых арифметических задачах, *Труды Третьего Всесоюзного Математического Съезда (Москва, 1956)*, 1959, том 4, 227—231.
[54] A matematikai logikáról, *Magyar Tudomány* 1 (1956), 369—391.
[55] Az ún. megoldhatatlan matematikai problémákra vonatkozó kutatások alapjául szolgáló Church-féle hipotézisről, *A Magyar Tud. Akad. Mat. Fiz. Oszt. Közl.* 7 (1957), 19—38.

[10] A cikksorozat második részét Surányi János írta.

[56] (& Rédei László & Szőkefalvi-Nagy Béla) Frédéric Riesz (1880—1956), *Acta Sci. Math.* 17 (1956), 1—3.
[57] Über arithmetische Funktionen von unendlich vielen Variablen, welche an jeder Stelle bloss von einer endlichen Anzahl von Variablen abhängig sind, *Colloq. Math.* 5 (1957), 1—5.
[58] An argument against the plausibility of Church's thesis, *Constructivity in Mathematics (Proc. Coll. Amsterdam, 1957)*, 1959, 72—80.
[59] A new principle of construction of logical machines, *2-e Congrès Internat. de Cybernétique (Namur, 1958)*, 458—463.
[60] A practical infinitistic computer, *Infinitistic Methods in the Foundations of Mathematics (Proc. Sympos. Warsaw, 1959)*, 1961, 347—362.
[61] On a digital computer which can be programmed in a mathematical formula language, *A II. Magyar Matematikai Kongresszus (Budapest, 1960) előadáskivonatai*, 5. kötet, 3—16.
[62] Einige philosophische Probleme der Kybernetik, *Naturwissenschaft und Philosophie (Internat. Symp., Leipzig, 1960)*, 381—401.
[63] Über einen Rechenautomaten, der eine mathematische Sprache versteht, *Zeitschr. Angew. Math. Mech.* 40 (1960), T, 64—65.
[64] Wissenschaftliche Abstraktion und die Anwendung mathematischer Methoden in Biologie und Medizin, *Arzt und Philosophie*, Berlin 1960, 132—133, 150, 164.
[65] A contribution to the translation of arithmetical operators (assignment statements) into the machine language of the computer M—3. *Shuxue Jinzhan* 6 (1963), 321—338. (Az angolul írt munka kínai nyelven jelent meg.)
[66] Algorithmische Sprachen und Programmierung von Rechenautomaten, *Mathematische und Physikalisch-Technische Probleme der Kybernetik (Vorträge der Konferenz, Berlin, 1962)*, 1963, 147—176.
[67] Über eine Variante des Neumannschen selbstreproduzierenden Automaten, *Mathematische und Physikalisch-Technische Probleme der Kybernetik (Vorträge der Konferenz, Berlin, 1962)*, 1963, 522—528.
[68] A kvalitatív információelmélet problémái, *A Magyar Tud. Akad. Mat. Fiz. Oszt. Közl.* 12 (1962), 293—301.
[69] Über eine erkenntnistheoretische Wurzel des „Anti-Kybernetismus", *Kybernetik in Wissenschaft*, Berlin, 1962, 53—56.
[70] „Sejts és bizonyítsál!"? *Magyar Tudomány* 8 (1963), 816—823.
[71] Matematikai és nyelvi struktúrák, *Általános nyelvészeti tanulmányok II.*, Budapest, 1964, 11—74, 166—172, 295—304.
[72] On the problem of the foundation of our knowledge, *Foundation of Statements and Decisions*, Warsaw, 1965, 13—19.
[73] Les calculatrices automatiques comme structures algébriques, *Prévisions, Calcul et Réalités*, Paris, 1965, 9—22.
[74] О вложении теории автоматических цифровых вычислительных мащин в алгебраическую теорию автоматов Мура, Мили и Глущкова, *Теория Конечных и Вероятностных Автоматов*, Москва, 1965, 93—99.
[75] Un modèle algébrique de calculatrice automatique, *Troisième Congrès de Calcul et de Traitement de l'Information (Toulouse, 1963)*, Paris, 1965, 381—387.
[76] Foundations of mathematics — whither now? *Problems in the Philosophy of Mathematics*, Amsterdam, 1967, 187—207.
[77] A matematikai nyelvészet eredményei a nyelvoktatásban, *Modern Nyelvoktatás* 5 (1967), 25—29.
[78] Meaning, synonymy and translation, *Comput. Linguist.* 6 (1967), 27—39.
[79] Le langage comme structure algébrique, *Cahiers Linguist. Théor. Appl.* 4 (1967), 73—82.
[80] (& Obál Ferenc & Madarász István & Muszka Dániel & Such György) Cybernetical model of the regulation of the homeostasis of the organism, *Abstracts of First Joint Congr. of Hung. Societies of Biochem. Biophys. and Physiol.* (Pécs, 1967), 42.
[81] R. Péter's work in the theory of recursive functions, *Les fonctions recursives et leurs applications (Coll. Internat., Tihany, 1967)*, 1969. 1—11.
[82] Pattern recognition and conditional reflexes (general problems), *5-e Congrès Internat. de Cybernétique (Namur, 1967)*, 1968, 136—140.
[83] Значение, синонимия и перевод, *Разработка Машинных (Автоматических) Систем Перевода с Огного Языка на Другой и их Применение*, Budapest, 1968, 374—390.
[84] On the problem of full utilization of the technical possibilities of computers in devising appropriate approximation methods for the solution of numerical problems, *Bull. Math. Soc. Sci. Math. R. S. Roumanie*, 12/2 (1968), 75—79.
[85] A programozási nyelvekkel kapcsolatos további teendők, *Információ és Elektronika* 4 (1968), 251—254.

[86] Digitális számítógépek és célgépek alkalmazása az orvosi diagnosztikában, *Orvos és Technika* 7 (1969), 14—18.
[87] Bevezetés a kibernetikába, *A TIT Fiz. Kém. Mat. Szakosztályának Tájékoztatója* 15 (1969), 55—71.
[88] An intuitive representation of context-free languages, *Internat. Conf. Comput. Linguist., Stockholm, 1969*, Preprint 66 (10 oldal).
[89] A kibernetikáról, *Fiz. Szemle* 20 (1970), 129—134.
[90] Ist ALGOL wirklich eine algorithmische Sprache? *Automatentheorie und Formale Sprachen (Tagung, Oberwolfach, 1969)*, 1970, 305—315.
[91] „Fahnendiagramme" — ein anschauliches Hilfsmittel zur Angabe von Programmiersprachen, *Formale Sprachen und Programmiersprachen (Tagung, Oberwolfach, 1971)*.
[92] An algebraic model of systems of digital computers, *Internat. Symp. and Summer School on Math. Foundations of Computer Sci. (Warsaw, 1972)*, 1—12.
[93] A számítástechnikai szakemberképzés problémái a tudományegyetemeken, *Felsőoktatási Szemle* 21 (1972), 548—552.
[94] (riporter: Horányi Özséb) Beszélgetés a matematikáról, *Természet Világa* 103 (1972), 351—356.
[95] On a measure of divergence of a context-free language from finite state languages, *Recueil Linguist. de Bratislava IV., Proc. Symp. Algebraic Linguist. (Smolenice, 1970)*, 1973, 93—106.
[96] Az elektronikus digitális számítógépek eddigi fejlődése és a várható fejlődés fő irányai. (Kalmár szerkesztésében 1972-ben a MTA Természettudományi I. Főosztálya megbízásából készült tanulmány. Munkatársak: Hunya Péter, Kertész Ádám. Quittner Pál, Sára Attila, Székely Sándor.)
[97] Belső gépi nyelvek, beleértve a magasszintű nyelveket.[11] (Kalmár szerkesztésében 1973-ban a MTA Természettudományi I. Főosztálya megbízásából készült tanulmány. Munkatársak: Gyurkovics Éva, Hunya Péter, Komor Tamás, Makay Árpád, Muszka Dániel, Révész György, Sára Attila, Simon Endre, Székely Sándor, Varga Antal, Varga Tibor.)
[98] A számítástechnikai szakemberképzés problémái, *A számítástechnikai oktatás a hazai felsőoktatási intézményekben (Konferencia, Visegrád, 1974)*, 25—30.
[99] Géptől független szemlélet kialakítása a programtervezés oktatásában, *A számítástechnikai oktatás a hazai felsőoktatási intézményekben (Konferencia, Visegrád, 1974)*, 142—146.
[100] (riporter: N. Sándor László) A pedagógus a számítógépek korában, *Köznevelés* 30/20 (1974), 3—5.
[101] An alternative of the stack-like memory of a computer. (Egy Turkuban rendezett konferenciára szánt előadás. E posztumusz munkát Makay Árpád öntötte formába.)
[102] Beszámoló a Béke Hívei II. Világkongresszusáról, *Mat. Lapok* 1 (1950), 317—318.
[103] A tanszékvezetői munka tartalmi kérdései az egyetemen, *Felsőoktatási Szemle* 10 (1961), 573—580.

TOVÁBBI IRODALMI HIVATKOZÁSOK

[A] Arató M., The work of Academician László Kalmár in the field of computer science, *Acta Cybernet.* 2 (1975), 179—181.
[B] Kardos I. Kalmár László (1970-ben készült TV-riport), *Sokszemközt — tudósokkal,* MRT—Minerva, Budapest, 1974, 197—208.
[C] Péter R., Kalmár László matematikai munkássága, *Mat. Lapok* 6 (1955), 138—150.
[D] Surányi J., *Reduktionstheorie des Entscheidungsproblems im Prädikatenkalkül der ersten Stufe,* Budapest, 1959.
[E] Péter R., Kalmár Lászlónkról, *Magyar Tudomány* 21 (1976), 729—732.
[F] Tóth B., Kalmár László, *Tiszatáj* 30/4 (1976), 8—19.
[G] László Kalmár *Acta Sci. Math.* 38 (1976), 221—222.
[H] László Kalmár *Acta Cybernet.* 3 (1976), 1.
[I] László Kalmár *Problems of Control and Information Theory* 6 (1977), 91—92.
[J] Kalmár László *Tiszatáj* 30/9 (1976), 112.
[K] Kalmár László *Információ és Elektronika* 11 (1976), 163.

[11] Külön megemlítjük e munka 3. fejezetét és függelékét. Címük: „Javaslatok a Kalmár-féle formulavezérlésű számítógép korszerű alakjának megtervezésére, különös tekintettel a belső nyelvre", „Az FCCL-4 programozási nyelv szintaxisa".